

Лекция 7. Электрическое поле и ток

7.1. Теорема Остроградского-Гаусса

Электрическое поле осуществляет взаимодействие между эл. зарядами, напр. Q и q на расстоянии r, с силой, по закону Кулона, $F = kQq/r^2$, где k – константа.

Напряжённость поля $E = F/q$ удовлетворяет теореме Остроградского-Гаусса: поток векторного поля

$$\Phi = \int \vec{E} \cdot d\vec{S} \text{ через замкнутую поверхность } \Sigma,$$

охватывающую заряд(ы) Q, равен $4\pi kQ$, или $\text{div } \vec{E} = 4\pi k\rho$, где ρ – плотность заряда внутри Σ . Это интерпретируется как: источниками и стоками силовых линий поля являются заряды.

Поле нескольких зарядов определяется по принципу суперпозиции: $\vec{E} = \sum \vec{E}_i$.

7.2. Электрический диполь

Дипольный момент системы зарядов q и -q – электрического диполя: $p = q \cdot r_d$. Во внешнем поле E_0 молекулы диэлектриков поляризуются, что индуцирует поле E_i . Диэлектрическая проницаемость ϵ характеризует ослабление поля $E_0 + E_i$ в диэлектрике.

7.3. Вихрь электрического поля

Работа электрического поля по перемещению заряда q

$$\text{между точками 1 и 2, } A = \int_{r_1}^{r_2} qE \, dr = -q \cdot \left(\frac{kQ}{r_2} - \frac{kQ}{r_1} \right), \text{ не}$$

зависит от пути – поле потенциально. Или $A = -\Delta U$, где $U = kqQ/r$ – потенциальная энергия заряда q в поле заряда Q. \Rightarrow Циркуляция поля по замкнутой траектории

$$\int \vec{E} \, dr = 0, \text{ или } \text{вихрь } \text{rot } \vec{E} = 0 \text{ – поле безвихревое,}$$

силовые линии не замкнуты и порождаются зарядами.

Для $q = 1$, $\delta A_i = E \, dr = -d\phi$, где $\phi = U/q = kQ/r$ – потенциал поля. Т.к. вдоль любого направления, напр. x, $E_x = -\partial\phi/\partial x$, то $\vec{E} = -\text{grad } \phi = -\nabla\phi$.

7.4. Конденсатор

Конденсатор – система двух проводников разделённых диэлектриком, или "ёмкость" для хранения заряда q. Его электрическая ёмкость: $C = q/V$, где $V = \phi_+ - \phi_-$ – разность потенциалов проводников, или напряжение. Плоский конденсатор с площадью одной из обкладок S, расстоянием между ними d и диэлектрической проницаемостью диэлектрика между обкладками ϵ имеет $C = \epsilon\epsilon_0 S/d$.

7.5. Энергия электрического поля

Энергия системы зарядов: $U = \sum q_i\phi_i/2$ и $= q\phi/2$ для проводника.

Энергия конденсатора: $U = q(\phi_+ - \phi_-)/2 = CV^2/2 = \epsilon\epsilon_0 E^2 Sd/2$.

\Rightarrow Плотность энергии электрического поля: $w = \epsilon\epsilon_0 E^2/2$.

7.6. Закон Ома

Сила тока через площадь S: $I = \frac{d}{dt}q$ – заряд, текущий за

1 сек через S. "+" направление тока – по движению "+" заряда. Плотность тока $j_c = dI/dS_n$, $j_c = \rho_+ v_+ + \rho_- v_-$

определяется плотностью и скоростью зарядов.

Закон Ома $I = U/R$ или $j_c = E/\rho_R$; I пропорциональна U, где

коэффициент $R = \rho_R l/S_n$ – электрическое сопротивление проводника длины l, поперечного сечения S_n и удельного сопротивления ρ_R .

В цепи с источником тока с ЭДС $\epsilon = \int_1^2 \vec{E}_{ст} \cdot d\vec{l}_c$ где $\vec{E}_{ст}$ –

поле сторонних сил: $IR = \phi_1 - \phi_2 + \epsilon_{12}$ или $j_c = (\vec{E} + \vec{E}_{ст})/\rho_R$.

7.7. Закон Джоуля-Ленца

Работа эл. поля $\delta A = dq(\phi_1 - \phi_2) \Rightarrow$ в тепло δQ с темпом

$Q' = IU = RI^2$ или удельной мощностью $Q'_{уд} = \rho_R j_c^2$.